

Como fazer um planejamento financeiro?

DAN

Sumário

1	Introdução	1
2	Por que fazer um planejamento financeiro?	2
3	Quanto é o suficiente?	3
4	Usufruir do rendimento acumulado	5
5	Exemplo prático de usufruto do capital	6
6	Quanto tempo durará o capital?	8
7	Calculando o tempo de retiradas t_2	10
8	Conclusão	12

1 Introdução

Em um mundo de tantas incertezas econômicas, inflação e mudanças no mercado de trabalho, o planejamento financeiro [2, 4] surge como uma ferramenta fundamental para **proteger seu futuro**, garantindo que seus recursos estejam disponíveis quando mais precisar, seja para aposentadoria, educação dos filhos ou imprevistos.

É importante também para **reduzir riscos**, pois com uma reserva financeira disponível, as crises se transformam em desafios gerenciáveis, evitando endividamento e estresse desnecessários.

Além disso, um planejamento financeiro nos permite **multiplicar oportunidades**: com inteligência financeira, seu dinheiro pode trabalhar para você através de investimentos adequados ao seu perfil e objetivos.

Ao fazer um planejamento financeiro, você começa a **tomar decisões conscientes**, pois entender seu fluxo de caixa permite escolhas alinhadas com seus valores e projetos de vida, não às pressões imediatistas. Essa decisão fará com que você aproveite melhor a sua fase de trabalho para se preparar para o futuro.

Este texto não oferece fórmulas mágicas, oferece apenas um alerta e um caminho baseado na Matemática Financeira para você planejar o seu futuro visando a segurança financeira. Espero que ao final dessa leitura, você tenha um método claro

para transformar a sua capacidade de trabalho atual e os números em tranquilidade, segurança e possibilidades.

2 Por que fazer um planejamento financeiro?

Para assegurar uma aposentadoria sustentável, à margem do sistema público cheio de restrições, a construção de patrimônio não é uma opção, mas uma obrigação. Algumas informações precisam ser consideradas para nos convenceremos de uma vez por todas da necessidade de colocar em prática um planejamento financeiro. Dentre elas, citamos a expectativa de vida no Brasil que já ultrapassa 76 anos [6]; além disso, a taxa de substituição da previdência social é inferior a 50% do último salário, a inflação histórica corrói o poder de compra e há a desvalorização de outros bens, como imóveis.

Todo planejamento financeiro para acumular um capital ideal depende da combinação estratégica de três variáveis: **Tempo** (para crescer), **Poupança** (constância) e **Retorno**.

E isso exige de quem o administra muita disciplina. A base do planejamento financeiro com vistas à aposentadoria se baseia em juros compostos. Isso significa atenção redobrada aos primeiros depósitos, pois eles ficam mais tempo rendendo enquanto você aguarda o dia da aposentadoria. Não hesite em fazer um aporte inicial, se possível.

Para tornar esta afirmação mais clara, vamos rever a fórmula dos juros compostos [1, 8]. Ela demonstra por que os primeiros anos são, de fato, cruciais. Um capital C investido por t meses a uma taxa de $r\%$ ao mês rende ao final deste período o montante dado por

$$M = C \times (1 + r)^t. \quad (1)$$

onde

- M = Montante final,
- C = Capital inicial,
- r = Taxa de retorno (na forma unitária, ex: $0,5\% = 0,005$),
- t = Tempo em meses.

A equação mostra que:

1. **Tempo não pode ser compensado** depois: cada mês que passa é um mês a menos de juros compostos trabalhando a seu favor.
2. **Poupança constante** supera aportes esporádicos: a regularidade é mais importante que o valor ocasional.
3. **Retornos realísticos** são preferíveis a riscos excessivos: é melhor crescer devagar e com segurança do que arriscar o patrimônio em busca de ganhos mirabolantes.

É atribuída a Albert Einstein a seguinte frase:

O juro composto é a oitava maravilha do mundo. Quem entende, ganha. Quem não entende, paga.

3 Quanto é o suficiente?

Uma vez que você já tenha decidido poupar parte dos seus recursos para investir na segurança do seu futuro, a pergunta que surge naturalmente é: quanto devo poupar? Precisamos determinar o quanto será o suficiente para garantir e desfrutar com segurança financeira o capital acumulado para a aposentadoria. Para responder a esta pergunta, precisamos antes responder às perguntas:

- (a) Qual renda mensal (PMT) desejo ter durante t_2 meses de aposentadoria?
- (b) Em quantos meses (t_1) pretendo acumular esse capital?
- (c) Quanto preciso poupar mensalmente (s) para atingi-lo?

Aqui entra a matemática. Suponha que você consiga poupar s reais todo mês para cumprir o seu plano de aposentadoria a uma taxa de r por cento ao mês de juros. Para tornar as contas mais claras, vamos supor que é no início de cada mês que todos os depósitos serão realizados (série antecipada). Assim, ao final do primeiro mês você terá o capital C_1 :

$$C_1 = s(1 + r)^1.$$

Ao final do primeiro mês (ou início do segundo mês) você deposita mais s reais e ao final do segundo mês você tem o capital C_2 :

$$C_2 = s(1 + r)^2 + s(1 + r)^1.$$

E assim sucessivamente, até ao final do seu planejamento, passados t_1 meses, quando você terá acumulado o capital

$$S = s(1 + r)^{t_1} + s(1 + r)^{t_1-1} + \dots + s(1 + r) = \sum_{j=1}^{t_1} s(1 + r)^j.$$

O capital acumulado (S) é a soma dos valores futuros de cada aporte mensal. Note que a soma é uma progressão geométrica, assim utilizando a fórmula da soma da série geométrica [7, 5]:

$$S_n = a \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad (2)$$

e fazendo simplificações obtemos:

$$\begin{aligned} S &= s(1 + r)^{t_1} + s(1 + r)^{t_1-1} + \dots + s(1 + r)^1 \\ &= s(1 + r) [(1 + r)^{t_1-1} + (1 + r)^{t_1-2} + \dots + 1] \\ &= s(1 + r) \left(\frac{(1+r)^{t_1} - 1}{r} \right) \\ &= s \left(\frac{1+r}{r} \right) ((1 + r)^{t_1} - 1). \end{aligned}$$

Portanto,

$$S = s \left(\frac{1+r}{r} \right) [(1+r)^{t_1} - 1]. \quad (3)$$

Exemplo Prático

Um jovem de 25 anos elaborou o seguinte planejamento financeiro com pagamentos mensais no início de cada mês:

- **Aporte:** R\$ 500/mês
- **Período:** 480 meses (40 anos)
- **Retorno real:** 0,4% a.m.

Qual será o montante acumulado ao final do período?

Temos os dados para utilizar a fórmula (3):

$$S = 500 \left(\frac{1,004}{0,004} \right) (1,004^{480} - 1) = \text{R\$ } 727.258,14,$$

é o valor acumulado ao final de 480 meses.

HP-12C: Roteiro passo a passo

```
f CLEAR REG
g BEG      (ativa modo antecipado)
480 n
0,4 i
500 CHS PMT
FV
→ R$ 727.258,14
```

Algumas observações importantes:

- **Vantagem dos depósitos antecipados:** equivale a aproximadamente 1 aporte extra capitalizado.
- **Estratégia ótima:** combinar aportes antecipados com reinvestimento imediato de dividendos.
- **Risco:** a sensibilidade a r é amplificada em 15% versus aportes postecipados.

Vimos no exemplo anterior o crescimento do investimento ao longo do tempo, revelando a importância do tempo em projetos financeiros.

4 Usufruir do rendimento acumulado

Suponha agora que você já está aposentado, tem um capital acumulado S e começa a fazer retiradas mensais no valor A no **início de cada mês** (série antecipada) [3]. Você espera que vá viver t_2 meses¹ e quer calcular o quanto pode retirar mensalmente até esgotar totalmente seus recursos ao final destes t_2 meses.

Cada retirada A precisa ser trazida para o valor presente:

- **1º mês** (início): retirada imediata $\Rightarrow$ valor presente $= \frac{A}{(1+r)^0} = A$
- **2º mês** (início): descontada de 1 período $\Rightarrow$ valor presente $= \frac{A}{(1+r)^1}$
- **3º mês** (início): descontada de 2 períodos $\Rightarrow$ valor presente $= \frac{A}{(1+r)^2}$
- $\vdots$
- **t_2 º mês** (início): descontada de $t_2 - 1$ períodos $\Rightarrow$ valor presente $= \frac{A}{(1+r)^{t_2-1}}$

Somando todas as retiradas trazidas a valor presente:

$$\begin{aligned} P &= \frac{A}{(1+r)^0} + \frac{A}{(1+r)^1} + \frac{A}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{A}{(1+r)^{t_2-1}} \\ &= A + \frac{A}{(1+r)} + \frac{A}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{A}{(1+r)^{t_2-1}}. \end{aligned}$$

Evidenciando A :

$$P = A \left[1 + \frac{1}{(1+r)} + \frac{1}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+r)^{t_2-1}} \right]$$

Esta é uma série geométrica com:

- Primeiro termo: $a = 1$
- Razão comum: $q = \frac{1}{1+r}$
- Número de termos: $n = t_2$

Novamente, aplicando a fórmula da soma da série geométrica (2):

$$\begin{aligned} P &= A \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^{t_2}}{1 - \frac{1}{1+r}} \\ &= A \cdot \frac{1 - (1+r)^{-t_2}}{\frac{(1+r)-1}{1+r}} \\ &= A \cdot \frac{1 - (1+r)^{-t_2}}{\frac{r}{1+r}}. \end{aligned}$$

¹Faça estimativas considerando a expectativa de vida.

Simplificando:

$$P = A \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-t_2}}{r} \cdot (1 + r).$$

Portanto, ao final de t_2 meses, o valor presente das retiradas é:

$$P = A \left[\frac{(1 + r)^{t_2} - 1}{r(1 + r)^{t_2}} \right] \cdot (1 + r).$$

Isolando A , obtemos a fórmula para saques antecipados:

$$A = P \cdot \frac{r(1 + r)^{t_2 - 1}}{(1 + r)^{t_2} - 1}. \quad (4)$$

Se $S = P$, temos

$$A = S \cdot \frac{r(1 + r)^{t_2 - 1}}{(1 + r)^{t_2} - 1}. \quad (5)$$

Quando $S = P$, substituímos P por S na equação (4) e, em seguida, substituímos S pela expressão (3):

$$\begin{aligned} A &= s \underbrace{\left(\frac{1 + r}{r} \right) [(1 + r)^{t_1} - 1]}_{S \text{ (equação 3)}} \cdot \underbrace{\frac{r(1 + r)^{t_2 - 1}}{(1 + r)^{t_2} - 1}}_{\text{fator (equação 4)}} \\ &= s \cdot \left(\frac{1 + r}{r} \right) \cdot [(1 + r)^{t_1} - 1] \cdot \frac{r(1 + r)^{t_2 - 1}}{(1 + r)^{t_2} - 1} \\ &= s [(1 + r)^{t_1} - 1] \cdot \frac{(1 + r)^{t_2}}{(1 + r)^{t_2} - 1}. \end{aligned}$$

Portanto, a fórmula consolidada para o valor da retirada mensal A envolve apenas a taxa r , as contruições mensais s e os períodos de poupança t_1 e de retiradas t_2 :

$$A = s [(1 + r)^{t_1} - 1] \cdot \frac{(1 + r)^{t_2}}{(1 + r)^{t_2} - 1}. \quad (6)$$

5 Exemplo prático de usufruto do capital

Agora suponha que temos um capital acumulado de R\$ 727.258,14. Vamos calcular o quanto podemos retirar mensalmente durante 10 anos (120 meses), mantendo a mesma taxa de retorno de 0,4% a.m.

Dados

- Capital acumulado: $S = \text{R\$ } 727.258,14$
- Período de saque: $t_2 = 120$ meses (10 anos)

- Taxa de retorno: $r = 0,4\%$ a.m.
- Saques mensais antecipados (início do mês)

Para saques no **início** de cada mês, a fórmula é (5):

$$A = S \cdot \frac{r(1+r)^{t_2-1}}{(1+r)^{t_2} - 1}$$

Cálculo Passo a Passo

1. Calcular $(1+r)^{t_2}$:

$$(1,004)^{120} = 1,614528$$

2. Calcular $(1+r)^{t_2-1}$:

$$(1,004)^{119} = 1,608095$$

3. Calcular o fator de saque antecipado:

$$\frac{0,004 \times 1,608095}{1,614528 - 1} = \frac{0,006432}{0,614528} = 0,010467$$

4. Calcular o saque mensal:

$$A = 727.258,14 \times 0,010467 = \text{R\$ } 7.612,35$$

HP-12C: Roteiro passo a passo

```
f CLEAR REG
g BEG      (ativa modo antecipado)
727.258,14 PV
0,4 i
120 n
PMT
→ R$ 7.612,35
```

Valor Presente dos Saques

$$\begin{aligned} VP &= A \left[\frac{1 - (1+r)^{-t_2}}{r} \right] \times (1+r) \\ &= 7.612,35 \left[\frac{1 - (1,004)^{-120}}{0,004} \right] \times 1,004 \\ &= 7.612,35 \times 95,53138 \times 1,004 \\ &= \text{R\$ } 727.258,14 \quad (\text{confere!}) \end{aligned}$$

Análise do Plano de Saque

- Total sacado: $120 \times 7.612,35 = \text{R\$ } 913.482,00$
- Juros recebidos: $913.482,00 - 727.258,14 = \text{R\$ } 186.223,86$
- Taxa de saque anualizada: $\frac{7.612,35 \times 12}{727.258,14} \approx 12,56\% \text{ a.a.}$

Equação Consolidada

$$\text{Saque} = 727.258,14 \left[\frac{0,004 \times (1,004)^{119}}{(1,004)^{120} - 1} \right] \approx \text{R\$ } 7.612,35.$$

6 Quanto tempo durará o capital?

Agora que já sabemos quanto podemos retirar mensalmente durante um período pré-determinado, surge uma pergunta complementar igualmente importante: **por quanto tempo** podemos manter um determinado valor de saque? Essa questão é fundamental quando o aposentado tem um valor fixo em mente como renda mensal e deseja saber até quando poderá sustentá-lo.

Enunciado do Problema

Um aposentado possui um capital acumulado de R\$ 727.258,14 e deseja fazer retiradas mensais de R\$ 7.612,35 no **início de cada mês** (série antecipada), mantendo uma taxa de retorno de 0,4% a.m. sobre o saldo remanescente. Por quantos meses ele poderá realizar esses saques até esgotar totalmente seus recursos?

Dados

- Capital acumulado: $S = \text{R\$ } 727.258,14$
- Saque mensal antecipado: $A = \text{R\$ } 7.612,35$
- Taxa de retorno: $r = 0,4\% \text{ a.m.} = 0,004$
- Incógnita: $t_2 = ?$

$$t_2 = -\frac{\ln \left[1 - \frac{r \cdot S}{A(1+r)} \right]}{\ln(1+r)}. \quad (7)$$

Cálculo de t_2

Substituindo os valores do problema na equação (7):

Passo 1: Calcular $r \cdot S$:

$$0,004 \times 727.258,14 = 2.909,03$$

Passo 2: Calcular $A(1 + r)$:

$$7.612,35 \times 1,004 = 7.642,80$$

Passo 3: Calcular a razão:

$$\frac{2.909,03}{7.642,80} = 0,38062$$

Passo 4: Calcular o argumento do logaritmo:

$$1 - 0,38062 = 0,61938$$

Passo 5: Aplicar os logaritmos:

$$\ln(0,61938) = -0,47904$$

$$\ln(1,004) = 0,003992$$

Passo 6: Calcular t_2 :

$$t_2 = -\frac{-0,47904}{0,003992} \approx 120 \text{ meses}$$

Resultado

O aposentado poderá realizar saques de R\$ 7.612,35 no início de cada mês durante **120 meses (10 anos)**, esgotando completamente seu capital ao final do período.

HP-12C: Roteiro passo a passo

```
f CLEAR REG
g BEG      (ativa modo antecipado)
727.258,14 CHS PV
7.612,35 PMT
0,4 i
n
→ 120 meses
```

Observação: o caso da perpetuidade

Se o aposentado desejasse que o capital **nunca se esgotasse**, o saque máximo mensal seria apenas o equivalente aos juros gerados em cada período, descontado para o início do mês (já que o saque é feito antes de o saldo render). Nesse caso, teríamos uma **perpetuidade antecipada**:

$$A_{\text{perp}} = S \times \frac{r}{1 + r} = 727258,14 \times \frac{0,004}{1,004} = \text{R\$ } 2.897,44. \quad (8)$$

Como o valor desejado de R\$ 7.612,35 é mais que o dobro dos juros mensais (R\$ 2.897,44), o capital inevitavelmente se esgotará — e isso ocorre em exatamente 120 meses.

Essa análise revela uma importante lição de planejamento financeiro: **quanto maior o valor do saque, menor a duração do capital**. O aposentado deve equilibrar o padrão de vida desejado com a sustentabilidade de longo prazo dos seus recursos.

7 Calculando o tempo de retiradas t_2

Agora vamos utilizar a fórmula (6) em um exemplo prático:

$$A = s [(1 + r)^{t_1} - 1] \cdot \frac{(1 + r)^{t_2}}{(1 + r)^{t_2} - 1}.$$

Agora que deduzimos a fórmula consolidada (6), podemos resolver problemas de forma mais direta, sem precisar calcular o capital intermediário S . Esta abordagem é particularmente útil quando queremos determinar **por quanto tempo** podemos manter um determinado valor de saque, conhecendo apenas os parâmetros de acumulação.

Enunciado do Problema

Uma pessoa planeja poupar R\$ 1.000 mensalmente durante 20 anos (240 meses), aplicando a uma taxa de 0,5% a.m. Ao se aposentar, deseja retirar R\$ 4.000 mensalmente no início de cada mês. Por quantos meses ela poderá manter esses saques até esgotar totalmente seus recursos?

Dados

- Aporte mensal: $s = \text{R\$ } 1.000$
- Período de acumulação: $t_1 = 240$ meses (20 anos)
- Taxa de retorno: $r = 0,5\% \text{ a.m.} = 0,005$
- Saque mensal desejado: $A = \text{R\$ } 4.000$
- Incógnita: $t_2 = ?$

Dedução da Fórmula para Isolar t_2

Partindo da fórmula consolidada (6):

$$A = s [(1 + r)^{t_1} - 1] \cdot \frac{(1 + r)^{t_2}}{(1 + r)^{t_2} - 1}.$$

Para simplificar a notação, definimos a constante:

$$K = s [(1 + r)^{t_1} - 1] \tag{9}$$

Assim, a equação se reduz a:

$$t_2 = \frac{\ln\left(\frac{A}{A - K}\right)}{\ln(1 + r)}. \tag{10}$$

Fazendo os cálculos

Passo 1: Calcular K :

$$\begin{aligned}K &= 1.000 \times \left[(1,005)^{240} - 1 \right] \\&= 1.000 \times [3,310204 - 1] \\&= 1.000 \times 2,310204 \\&= 2.310,20\end{aligned}$$

Passo 2: Calcular $A - K$:

$$A - K = 4.000 - 2.310,20 = 1.689,80$$

Passo 3: Calcular a razão $\frac{A}{A - K}$:

$$\frac{4.000}{1.689,80} = 2,36714$$

Passo 4: Aplicar os logaritmos:

$$\begin{aligned}\ln(2,36714) &= 0,86175 \\ \ln(1,005) &= 0,004987\end{aligned}$$

Passo 5: Calcular t_2 :

$$t_2 = \frac{0,86175}{0,004987} \approx 173 \text{ meses}$$

Resultado

A pessoa poderá realizar saques de R\$ 4.000 no início de cada mês durante aproximadamente **173 meses (14 anos e 5 meses)**, esgotando completamente seus recursos ao final do período.

HP-12C: Roteiro passo a passo

```
Para calcular usando a HP-12C:  
Primeiro, calcular o capital acumulado S (sem aporte inicial):  
f CLEAR REG  
g BEG  
240 n  
0,5 i  
1.000 CHS PMT  
FV  
→ R$ 464.351,00  
Depois, calcular t2 com saques de R$ 4.000:  
f CLEAR REG  
g BEG  
464.351,00 CHS PV  
4.000 PMT  
0,5 i  
n  
→ 173 meses
```

Análise dos Resultados

- **Período de saques:** 173 meses (14 anos e 5 meses)
- **Total sacado:** $173 \times 4.000 = \text{R\$ } 692.000$
- **Capital acumulado:** R\$ 464.351,00
- **Juros recebidos:** $692.000 - 464.351 = \text{R\$ } 227.649$
- **Multiplicador:** $\frac{692.000}{464.351} \approx 1,49 \times$
- **Taxa de retirada anual:** $\frac{4.000 \times 12}{464.351} \approx 10,34\% \text{ a.a.}$

Observação

A fórmula (6) é particularmente elegante porque elimina a necessidade de calcular o capital intermediário S . Ela relaciona diretamente os parâmetros de acumulação (s , t_1 , r) com os parâmetros de saque (A , t_2 , r), mostrando que o período de saques depende apenas da **razão entre o saque desejado e o fator de acumulação**.

8 Conclusão

Para concluir a nossa discussão, fique à vontade para pular a parte da matemática com a qual você não está acostumado. Apenas o texto e os exemplos já são suficientes

para transmitir a mensagem. E a mensagem é clara: decida-se por um planejamento financeiro o mais rápido possível.

O simulador deve ser usado para você brincar com várias opções diferentes, disponível em www.metodosnumericos.com.br/planejamentofinanceiro.html. Tente ser realista com taxas e valores, para que os resultados também fiquem próximos da realidade. Por fim, como o próprio nome diz, é um planejamento de longo prazo, assim, taxas e outros fatores (como a inflação) que influenciam os valores acumulados mudam com o tempo. Portanto, tenha em mente que os resultados aqui obtidos servem apenas como aproximações da realidade, para orientação a respeito da elaboração do seu planejamento financeiro. **Seja persistente!**

AVISO!

O melhor momento para começar a investir foi ontem. O segundo melhor momento é hoje.

Referências

- [1] ASSAF NETO, Alexandre. *Matemática Financeira e suas Aplicações*. 14. ed. São Paulo: Atlas, 2020.
- [2] CERBASI, Gustavo. *Como Organizar sua Vida Financeira*. Rio de Janeiro: Sextante, 2008.
- [3] CERBASI, Gustavo. *Dinheiro: Os Segredos de Quem Tem*. Rio de Janeiro: Sextante, 2011.
- [4] HALFELD, Mauro. *Investimentos: Como Administrar Melhor seu Dinheiro*. 6. ed. São Paulo: Fundamento, 2009.
- [5] HAZZAN, Samuel; POMPEO, José Nicolau. *Matemática Financeira*. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2007.
- [6] INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). *Tábuas Completas de Mortalidade*. Rio de Janeiro: IBGE, 2022.
- [7] SAMANEZ, Carlos Patricio. *Matemática Financeira: Aplicações à Análise de Investimentos*. 5. ed. São Paulo: Pearson, 2010.
- [8] VIEIRA SOBRINHO, José Dutra. *Matemática Financeira*. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2015.