O Método da Secante

Prof. Doherty Andrade

www.metodosnumericos.com.br

Resumo: Nestas notas vamos apresentar os fundamentos teóricos do método da secante.

Sumário

1 Introdução

O método de Newton-Raphson tem o inconveniente de necessitar da derivada da função. O método da secante é obtido do método de Newton substituindo $f'(x_k)$ por uma aproximação:

$$f'(x_k) \approx \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}.$$

Resulta que

$$x_{k+1} = \frac{f(x_k)x_{k-1} - f(x_{k-1})x_k}{f(x_k) - f(x_{k-1})}, k \geq 1, \tag{1}$$

esse é o método da secante.

Chamando

$$\phi(x,y) = \frac{xf(y) - f(x)y}{f(y) - f(x)},$$

vemos que o método da secante é estacionário de passo 2.

2 O método da Secante

Vimos acima que dados os pontos iniciais x_0 e x_1, o método da secante é dado por

$$x_{k+1} = \frac{f(x_k)x_{k-1} - f(x_{k-1})x_k}{f(x_k) - f(x_{k-1})}, k \geq 1. \tag{2}$$

A interpretação geométrica, ilustrada na figura a seguir, é que a reta secante ao gráfico de f que passa pelos pontos $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ e $(x_n, f(x_n))$ cruza o eixo OX exatamente no ponto x_{n+1} dado por

$$x_{n+1} = \frac{f(x_n)x_{n-1} - f(x_{n-1})x_n}{f(x_n) - f(x_{n-1})}.$$

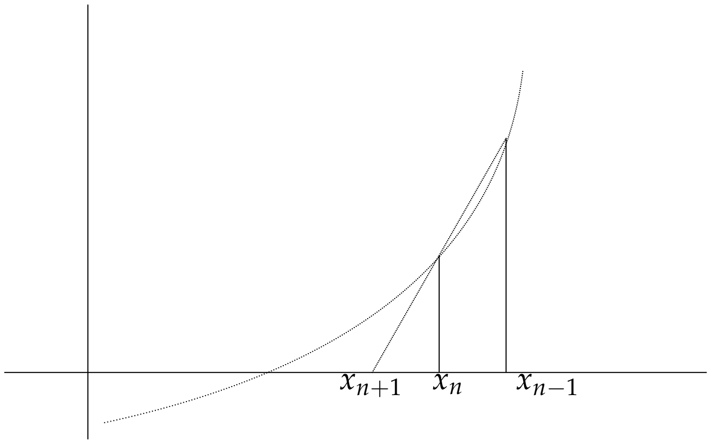

Figura 1: uma iteração do método da secante

Teorema 2.1 *Suponha que f, f', f'' são contínuas em todos os pontos de algum intervalo contendo α raiz simples de f. Se as aproximações iniciais x_0 e x_1 são suficientemente próximas de α, então a sequência gerada pelo método da secante converge para α . Além disso, a ordem de convergência no método da secante é* $p = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618$.

A prova desse resultado pode ser encontrada no livro de K. E. [2].

3 Exemplo

Consideremos a equação $x\tan(x) - 1 = 0$. Utilizamos o método da secante para obter uma aproximação para a menor solução positiva. Fazendo uma análise do gráfico, vemos que existem infinitas soluções. Tomando $x_0 = 0.75$ e $x_1 = 1.0$ obtemos as seguintes aproximações, veja tabela 1.

Tabela 1: Método da secante

k	x_{k-1}	x_k	$f(x_{k-1})$	$f(x_k)$
1	0.75	1.0	-0.3013	.5574
2	1.0	0.8377	0.5574	-.06969
3	0.83771	0.8558	-0.06969	-0.0145
4	0.8558	0.8605	-0.0145	0.0005
5	0.8605	0.8603	-0.3312 $\times 10^{-5}$	0

Referências

[1] S. D. CONTE. *Elementary Numerical Analysis*. MacGraw-Hill, 1965.

[2] K. ATKINSON. *An Introduction to Numerical Analysis*. John Willey& Sons, New York, 1983. 2