Método de Newton-Raphson

Doherty Andrade

www.metodosnumericos.com.br

O método numérico de Newton-Raphson é usado para determinar soluções de equações não lineares, $f(x)=0$. A partir de uma aproximação inicial x_0 o método gera uma sequência de aproximações sucessivamente melhores dada por

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Definindo $\phi(x)=x-\frac{f(x)}{f'(x)}$, observamos que $x_{n+1}=\phi^{(n)}(x_0)$, composição n vezes.

Baseamo-nos neste fato para escrever o procedimento a seguir.

```
> restart:
> NR := proc(f, x0, N) local x, n, df, phi : df := unapply(diff(f(x), x), x) : phi := x→x
      − f(x)/df(x) :for n from 1 to N do x[n] = (phi@@n)(x0); od;end:
```

Exemplo1: determinar uma aproximação da solução de x-cos$(x)=0$.

```
> f := x→ x − cos(x); x0 := 0.5; N := 10; Digits := 20; NR(f, x0, N);
```

$$f:=x\rightarrow x-\cos(x)$$

$$x0:=0.5$$

$$N:=10$$

$$Digits:=20$$

$$x_{10}=0.73908513321516064166 \quad \textbf{(1)}$$

Exemplo 2: determinar uma aproximação da solução de x-tan$(x)=0$.

```
> g := x→1 − tan(x); x0 := 0.5; N := 10; Digits := 20; NR(g, x0, N);
```

$$g:=x\rightarrow 1-\tan(x)$$

$$x0:=0.5$$

$$N:=10$$

$$Digits:=20$$

$$x_{10}=0.78539816339744830962 \quad \textbf{(2)}$$

Note que a solução é $\frac{\pi}{4}$.

```
> 4· NR(g, x0, N);
```

$$4\,x_{10}=3.1415926535897932385 \quad \textbf{(3)}$$

Exemplo 3: Determinar a solução de x- exp$(-x)=0$.

```
> h := x→x-exp(-x); x0 := 0.75; N := 10; Digits := 20; NR(h, x0, N);
```