

Brigando com a HP 12C

DAN
Inimigos da HP12C

Você não está errado!

Mas HP 12C tem um jeito só seu de contar a história.
Agora você vai entender por que ela dá aquele resultado estranho — e como prever cada tecla.

Índice Rápido

- Fórmulas Exatas
- Modos END/BEG
- Cálculo de n
- Cálculo de i
- Exemplos Práticos
- Dicas Cruciais
- Comparações
- Exercícios
- Respostas

Observação!

Se você quiser treinar com a calculadora HP 12C acesse o link abaixo que oferece infinitas questões guiadas sobre o uso desta calculadora. Acesse o [Treinamento HP 12C](#) para abrir o arquivo HTML e fazer exercícios on line.

1 Fórmulas Financeiras Exatas

Convenções:

- Juros compostos
- Taxa i em decimal ($1\% = 0.01$)
- Períodos n inteiros
- Valores exatos (sem arredondamento)

2 A Matemática Financeira: As Fórmulas

Antes de entender como a HP 12C opera, é essencial saber como a matemática financeira funciona em sua forma pura. Este capítulo apresenta as fórmulas mais usadas, com base em juros compostos e fluxos de caixa bem definidos.

Todas as fórmulas assumem:

- Juros compostos
- Taxa i em forma decimal (ex: $1\% = 0.01$)
- Períodos n inteiros (embora teoricamente pode ser fracionário)

- Valores exatos (faça arredondamento só no final)

Os principais conceitos da matemática financeira são:

- **n** (Número de Períodos)
- **FV** (Valor Futuro)
- **PV** (Valor Presente)
- **i** (Taxa de Juros)
- **PMT** (Pagamentos Periódicos)

2.1 Valor Futuro (FV) dado PV

$$FV = PV \cdot (1 + i)^n$$

Exemplo: $PV = 10.000$, $i = 2\%$ a.m., $n = 12$ meses
 $FV = 10.000 \cdot (1.02)^{12} = 12.682,42$

2.2 Valor Futuro (FV) dado Valor Presente (PV)

$$FV = PV \cdot (1 + i)^n$$

Exemplo: $PV = 10.000$, $i = 2\%$ a.m., $n = 12$ meses.
 $FV = 10.000 \cdot (1.02)^{12} = 12.682,4179 \approx \text{R\$ } 12.682,42$

2.3 Valor Presente (PV) dado Valor Futuro (FV)

$$PV = \frac{FV}{(1 + i)^n}$$

Exemplo: $FV = 50.000$, $i = 1\%$ a.m., $n = 60$
 $PV = \frac{50.000}{(1.01)^{60}} \approx \text{R\$ } 27.522,48$

2.4 Prestação (PMT) – Série Postecipada (END)

Primeiro pagamento no **fim** do 1º período:

$$PMT = PV \cdot \frac{i \cdot (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$$

Exemplo: $PV = 30.000$, $i = 1,5\%$, $n = 24$
 $PMT = 30.000 \cdot \frac{0.015 \cdot (1.015)^{24}}{(1.015)^{24} - 1} \approx \text{R\$ } 1.497,72$

2.5 Prestação (PMT) – Série Antecipada (BEG)

Primeiro pagamento **hoje** (período 0):

$$PMT_{\text{BEG}} = \frac{PMT_{\text{END}}}{1 + i}$$

Exemplo: Mesmo caso acima

$$PMT_{\text{BEG}} = \frac{1.497,60}{1.015} \approx \text{R\$ } 1.475,59$$

2.6 Valor Futuro de uma Série Uniforme (Capitalização)

2.6.1 Postecipada (END)

$$FV = PMT \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Exemplo: $PMT = 500$, $i = 1\%$, $n = 36$

$$FV = 500 \cdot \frac{(1.01)^{36} - 1}{0.01} \approx \text{R\$ } 21.538,42$$

2.6.2 Antecipada (BEG)

$$FV = PMT \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot (1+i)$$

$$FV \approx 21.538,40 \cdot 1.01 = \text{R\$ } 21.753,82$$

2.7 Número de Períodos (n)

2.7.1 Dado PV, FV e i (sem PMT)

$$n = \frac{\ln(FV/PV)}{\ln(1+i)}$$

Exemplo: $PV = 10.000$, $FV = 15.000$, $i = 1,2\%$

$$n = \frac{\ln(1.5)}{\ln(1.012)} \approx 33,99 \text{ meses}$$

2.7.2 Dado PV, PMT e i (financiamento)

$$n = -\frac{\ln\left(1 - \frac{PV \cdot i}{PMT}\right)}{\ln(1+i)}$$

Exemplo: $PV = 20.000$, $PMT = 800$, $i = 1\%$

$$n = -\frac{\ln(1-0.25)}{\ln(1.01)} \approx 28,91 \text{ meses}$$

Neste caso a HP12C arredondaria para 29 meses.

2.8 Taxa de Juros (i)

Não há fórmula algébrica direta. Resolve-se numericamente a partir de:

$$PV = PMT \cdot \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] \quad (\text{para série postecipada})$$

Métodos comuns: interpolação linear, Newton-Raphson.

2.9 Resumo das Fórmulas

Caso	Fórmula
FV dado PV	$FV = PV(1 + i)^n$
PV dado FV	$PV = FV / (1 + i)^n$
PMT (END)	$PMT = PV \cdot \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$
PMT (BEG)	$PMT = \frac{PMT_{END}}{1+i}$
FV série (END)	$FV = PMT \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
FV série (BEG)	$FV = FV_{END} \cdot (1 + i)$
n (sem PMT)	$n = \frac{\ln(FV/PV)}{\ln(1+i)}$
n (com PMT)	$n = -\frac{\ln(1 - PV \cdot i / PMT)}{\ln(1+i)}$
i	Numérico (sem fórmula direta)

Nota: Estas são as fórmulas *exatas*. A HP 12C as *aproxima* por arredondamentos e restrições práticas. O próximo capítulo explica como e por que.

3 Atenção

Você já deve ter pensado:

“Mas por que diabos o [n] deu 35 se a conta dá 34,2?”

“Por que o [PMT] não bate com a fórmula?”

“O que raios é [BEG] e por que muda tudo?”

A HP 12C não está errada. Ela só opera com regras específicas de arredondamento, fluxo de caixa e **modo de pagamento**. Este documento organiza tudo isso de forma clara.

4 Convenção de Sinais (Fundamental!)

A HP 12C usa a **convenção de fluxo de caixa**:

Entrada de dinheiro	Valor positivo (+)
Saída de dinheiro	Valor negativo (-)

Exemplo: Financiar R\$ 10.000:

- Você **recebe** R\$ 10.000 → 10000 [CHS] [PV] → PV = -10.000
- Você **paga** prestações → PMT será negativo

Regra: O que entra no seu bolso é positivo; o que sai, negativo.

5 Fórmulas Básicas: trilhas de comandos

Todas as fórmulas abaixo assumem **juros compostos** e **fluxo de caixa postecipado** (modo END), a menos que indicado. Para alterar o modo use o comando **HP 12C: [g] [END]** (ou nada, pois é padrão) ou o comando **HP 12C: [g] [BEG]** para usar o modo antecipado.

5.1 Valor Futuro (FV) dado PV

$$FV = PV \cdot (1 + i)^n$$

- [PV] [i] [n] [FV]
- **HP 12C:** [f] [REG] PV [CHS] [PV] i [i] n [n] [FV]

5.2 Valor Presente (PV) dado FV

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n}$$

- [FV] [i] [n] [PV]
- **HP 12C:** [f] [REG] FV [CHS] [FV] i [i] n [n] [PV]

5.3 Prestação (PMT) em série uniforme (postecipada)

$$PMT = PV \cdot \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

- [PV] [i] [n] [PMT]
- **HP 12C:** [f] [REG] PV [CHS] [PV] i [i] n [n] [PMT]

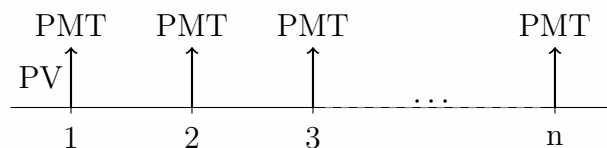
Observação: A HP 12C arredonda PMT para 2 casas decimais **antes** de usar nos cálculos.

6 Modo END vs. Modo BEG

Esta é a grande causa de erros.

6.1 Modo END (Postecipado)

- Primeiro pagamento ocorre **no fim do 1º período** - É o modo **padrão** - Fórmula do PMT: como acima

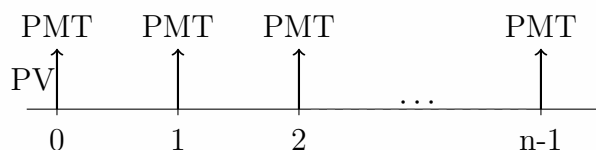


HP 12C: [g] [END] (ou nada, pois é padrão) para atualizar o modo de cálculo.

6.2 Modo BEG (Antecipado)

- Primeiro pagamento ocorre **no início (hoje)** - Usado em aluguéis, planos de saúde, etc.

$$PMT_{\text{BEG}} = \frac{PV \cdot i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \cdot \frac{1}{1+i} \quad \text{ou} \quad PMT_{\text{BEG}} = \frac{PMT_{\text{END}}}{1+i}$$



HP 12C: [g] [BEG] (aparece BEG no visor) para atualizar o modo de cálculo.

Cuidado: Esquecer de mudar o modo causa erro de 1 período!

7 Cálculo de Número de Períodos (n)

7.1 Dado PV, FV, i (sem PMT)

$$n = \frac{\ln(FV/PV)}{\ln(1+i)}$$

HP 12C: [f] [REG] PV [CHS] [PV] FV [FV] i [i] [n]

Atenção: A HP arredonda n para o **próximo inteiro acima**, pois não pode haver 34,2 prestações por exemplo.

7.2 Dado PV, PMT, i (financiamento)

$$n = -\frac{\ln\left(1 - \frac{PV \cdot i}{PMT}\right)}{\ln(1+i)}$$

HP 12C: [f] [REG] PV [CHS] [PV] PMT [PMT] i [i] [n]

Importante: O valor de PMT usado é o **arredondado para 2 casas**, então o n pode ser diferente do teórico.

8 Cálculo da Taxa de Juros (i)

Não há fórmula direta. Usa-se **interpolação** ou **método numérico** como bissecção ou Newton-Raphson.

HP 12C: [f] [REG] PV [CHS] [PV] FV [FV] n [n] [i]

Observação: A HP 12C pode demorar ou exigir bom "chute inicial" (mas ela faz).

9 Resumo: Como a HP 12C Pensa

O que você vê	O que a HP 12C faz
PMT = 332,143	Armazena 332,14
n = 34,2	Mostra 35 (arredonda para cima)
BEG não ativado	Assume pagamentos no fim
Valor positivo	Saída de caixa (se for PV, FV, etc.)

10 Dicas Práticas

1. Sempre comece com [f] [REG] para limpar a memória
2. Use [g] [5] para visualizar 5 casas e verificar arredondamentos.
3. Antes de calcular n, confira se o PMT está arredondado corretamente.
4. Para aluguéis, use [BEG].
5. Se o resultado parecer errado, pergunte: [BEG]? [CHS]? Arredondou PMT?

Conclusão

A HP 12C não é uma calculadora científica. Ela é uma **calculadora financeira prática**, feita para resolver problemas do mundo real — onde:

- Dinheiro tem 2 casas decimais
- Parcelas são inteiras
- Pagamentos começam hoje ou no fim do mês

Entender suas regras é o primeiro passo para dominá-la.

Você não está errado!

A HP 12C só tem um jeito diferente de contar a história.
Agora você sabe qual é.

11 Exemplos

Esta seção apresenta exemplos práticos de cálculos financeiros utilizando a calculadora HP 12C, abordando os principais conceitos:

- **n** (Número de Períodos)
- **FV** (Valor Futuro)
- **PV** (Valor Presente)
- **i** (Taxa de Juros)
- **PMT** (Pagamentos Periódicos)

11.1 Exemplo 1: Cálculo do Valor Futuro (FV)

Problema: Você aplica R\$ 5.000,00 em um investimento que rende **1,2% ao mês** durante **18 meses**. Qual será o valor resgatado no final?

Solução na HP 12C:

```
[f] [REG]      (Limpa os registros)
5000 [CHS] [PV]
1.2 [i]
18 [n]
[FV] → Resultado: R$ 6.194,63
```

11.2 Exemplo 2: Cálculo do Valor Presente (PV)

Problema: Quanto você precisa investir hoje, a uma taxa de **0,9% ao mês**, para ter **R\$ 10.000,00** daqui a **24 meses**?

Solução na HP 12C:

```
[f] [REG]
10000 [CHS] [FV]
0.9 [i]
24 [n]
```

[PV] → Resultado: R\$ 8.005,58

11.3 Exemplo 3: Cálculo do Número de Períodos (n)

Problema: Você tem R\$ 2.000,00 e deseja resgatar **R\$ 3.000,00** em um investimento que rende **1,5% ao mês**. Quanto tempo levará?

Solução na HP 12C:

[f] [REG]

2000 [CHS] [PV]

3000 [FV]

1.5 [i]

[n] → Resultado: ~31,39 meses (pouco mais que 2 anos e 7 meses)

11.4 Exemplo 4: Cálculo da Taxa de Juros (i)

Problema: Você investiu **R\$ 8.000,00** e resgatou **R\$ 12.000,00** após **36 meses**. Qual foi a taxa mensal desse investimento?

Solução na HP 12C:

[f] [REG]

8000 [CHS] [PV]

12000 [FV]

36 [n]

[i] → Resultado: ~1,20% ao mês

11.5 Exemplo 5: Cálculo de Prestações (PMT) – Financiamento

Problema: Você financia um carro de **R\$ 50.000,00** em **48 meses** a uma taxa de **1,3% ao mês**. Qual será o valor da prestação?

Solução na HP 12C:

[f] [REG]

50000 [CHS] [PV]

1.3 [i]

48 [n]

[PMT] → Resultado: R\$ 1.389,91

11.6 Exemplo 6: Cálculo de Valor Futuro com Depósitos Regulares (PMT + FV)

Problema: Você deposita **R\$ 500,00** por mês em uma poupança que rende **0,6% ao mês** durante **60 meses**. Quanto terá no final?

Solução na HP 12C:

[f] [REG]

500 [CHS] [PMT]

0.6 [i]

60 [n]

[FV] → Resultado: R\$ 35.527,68

12 Exercícios Adicionais

12.1 Exemplo 7: Empréstimo com Entrada (PV e PMT)

Problema: Você compra um eletrodoméstico no valor de **R\$ 3.000,00**, dando **R\$ 500,00** de entrada e financiando o restante em **12 parcelas** a **1,8% ao mês**. Qual o valor da prestação?

Solução na HP 12C:

```
[f] [REG]
2500 [CHS] [PV] (3000 - 500 entrada)
1.8 [i]
12 [n]
[PMT] → Resultado: R$ 234,04
```

12.2 Exemplo 8: Taxa Equivalente Anual (i)

Problema: Um investimento rende **0,7% ao mês**. Qual a taxa **anual equivalente** (juros compostos)?

Solução na HP 12C:

```
[f] [REG]
100 [CHS] [PV] (valor fictício)
0.7 [i]
12 [n]
[FV] → 108,73 (valor futuro)
100 [-] → Taxa anual: 8,73%
```

12.3 Exemplo 9: Tempo para Dobrar o Investimento (n)

Problema: Um capital aplicado a **1% ao mês** levará quanto tempo para **dobrar** de valor?

Solução na HP 12C:

```
[f] [REG]
1 [CHS] [PV] (valor inicial)
2 [FV] (dobro)
1 [i]
[n] → Resultado: ~70 meses (~5 anos e 10 meses)
```

12.4 Exemplo 10: Valor Presente com Pagamentos Antecipados (BEGIN)

Problema: Um imóvel é alugado por **R\$ 1.200,00 antecipados** (pagos no início do mês). Se a taxa de desconto é **0,9% ao mês**, qual o valor presente do contrato para **24 meses**?

Solução na HP 12C:

```
[f] [REG]
[g] [BEGIN] (modo antecipado)
1200 [CHS] [PMT]
0.9 [i]
24 [n]
[PV] → Resultado: R$ 25.482,66
```

12.5 Exemplo 11: Financiamento com Carência (FV e PMT)

Problema: Um empréstimo de **R\$ 20.000,00** será pago após **6 meses de carência + 18 parcelas a 1,5% ao mês**. Qual o valor das prestações?

Solução na HP 12C:

```
[f] [REG]
20000 [CHS] [PV]
1.5 [i]
6 [n]
[FV] → 21.869,67 (valor após carência)
[PV]           (armazena como novo PV)
18 [n]
[PMT] → Resultado: R$ 1.416,13
```

12.6 Exemplo 12: Aposentadoria com Depósitos Mensais (PMT e FV)

Problema: Você deseja acumular **R\$ 500.000,00** em **20 anos**, com depósitos mensais em um investimento que rende **0,8% ao mês**. Quanto deve depositar por mês?

Solução na HP 12C:

```
[f] [REG]
500000 [FV]
0.8 [i]
240 [n] (20 anos × 12 meses)
[PMT] → Resultado: R$ -753,67 (depósito mensal)
```

12.7 Exemplo 13: Comparação de Investimentos (PV e FV)

Problema: Você tem **R\$ 10.000,00** e duas opções: - Opção A: Rendimento de **1% ao mês** por **24 meses**. - Opção B: Rendimento de **0,7% ao mês** por **36 meses**. Qual é a melhor opção?

Solução na HP 12C:

Opção A:

```
[f] [REG]
10000 [CHS] [PV]
1 [i]
24 [n]
[FV] → R$ 12.697,35
```

Opção B:

```
[f] [REG]
10000 [CHS] [PV]
0.7 [i]
36 [n]
[FV] → R$ 12.839,30 (melhor)
```

13 Respostas dos Exercícios

- Exemplo 7: R\$ 234,04

- Exemplo 8: 8,73% ao ano
- Exemplo 9: 70 meses
- Exemplo 10: R\$ 25.482,66
- Exemplo 11: R\$ 1.416,13
- Exemplo 12: R\$ 753,67
- Exemplo 13: Opção B (R\$ 12.839,30)

14 Observações Importantes

- [CHS] troca o sinal (para indicar saída de caixa).
- [f] [REG] limpa os registros antes de cada cálculo.
- A HP 12C usa **juros compostos** por padrão.

Exercícios on line

Se você quiser treinar com a calculadora HP 12C acesse o link abaixo que oferece infinitas questões guiadas sobre o uso desta calculadora. Acesse o [Treinamento HP 12C](#) para abrir o arquivo HTML e fazer exercicios on line.